

```
// Struttura di un algoritmo ricorsivo generico

void recursive (... , level) {

    // E -- sequenza di istruzioni che vengono eseguite sempre
    // Da usare solo in casi rari (es. Ruzzle)
    doAlways();

    // A
    if (condizione di terminazione) {
        doSomething;
        return;
    }

    // Potrebbe essere anche un while ()
    for () {

        // B
        generaNuovaSoluzioneParziale;

        if (filtro) { // C
            recursive (... , level + 1);
        }

        // D
        backtracking;
    }
}
```

# Algoritmi Ricorsivi:

## 1) permutazioni di una parola

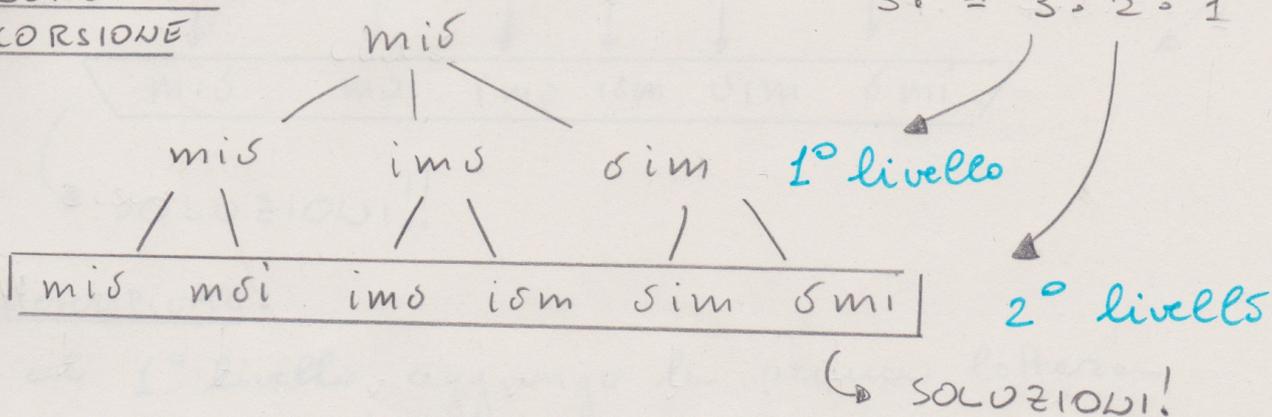
es. mis : imo, sim, moi, ...

1<sup>a</sup> soluzione:

mis → 3 lettere = 3!

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

ALBERO DELLA  
RICORSIONE



descrizione:

Al **1° livello** scambio la prima lettera con le altre. Al **2° livello** scambio la seconda lettera con le altre ...

- data una parola di lunghezza  $n$
- dimensione dello spazio di ricerca:  $n!$
- n° di livelli per la ricorsione:  $n$

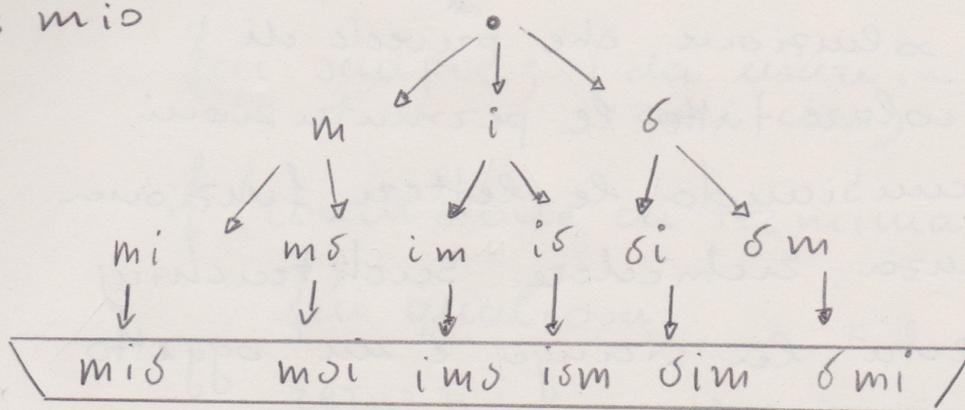
alg. ricorsivo:

- A** • condizione di terminazione:  $\text{livello/passo} == n$
- B** • generazione di una nuova soluzione:  
scambio lettera  $i$ -esimo livello con le successive
- C** • filtro sulla chiamata ricorsiva: 40
- D** • back tracking

## 2<sup>a</sup> soluzione

costruiamo la soluzione in modo incrementale!

es: mio



$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

SOLUZIONI!!

### descrizione:

al 1° livello aggiungo la prima lettera (3 possibilità). Al 2° livello aggiungo la seconda lettera (2 possibilità). Al 3° livello aggiungo la 3a ed ultima lettera.

- data una parola di lunghezza:  $n$
- numero di soluzioni:  $n!$
- profondità dell'albero della ricorsione:  $n$

### alg ricorsivo:

- A. condizione di terminazione:  $[\text{passo} == n]$
- B. generazione di una nuova soluzione:  
[al passo  $i$ -esimo, aggiunta  $i$ -esima lettera]
- C. filtro sulla chiamata ricorsiva:  $[00]$
- D. backtracking:  $[00]$

NOTA: ricorsive (stringa permutazione, livello)

la soluzione che prevede di calcolare tutte le permutazioni scambiando le lettere funziona senza richiedere backtracking perché la stringa è un oggetto immutabile.



nel caso si usi una lista di Character o un array di char, bisogna fare backtracking.

## 2) quadrato magico

2	7	6	→ 15
9	5	1	→ 15
4	3	8	→ 15
↙ 15	↓ 15	↓ 15	↓ 15 ↘ 15

somma delle righe ==  
somma delle colonne ==  
somma diag princ/second

Il problema è molto simile al #1. La matrice può essere vista come un array:

$$\Rightarrow [2, 7, 6, 9, 5, 1, 4, 3, 8]$$

descrizione:

- data una matrice  $n \times n$  (es  $3 \times 3$ )
- numero delle soluzioni:  $(n^2)!$
- livelli della ricorrenza:  $(n^2)$

alg ricorsivo:

- A** • condizione di terminazione: passo ==  $(n^2)$   
→ qui controllo se è una soluzione!!
- B** • generazione di una nuova soluzione:  
al passo  $i$ -esimo  
1) scambio  $i$ -esima elemento ARRAY  
con tutti i successivi  
2) aggiunge  $i$ -esimo numero
- C** • filtro sulla chiamata ricorsiva: NO
- D** • backtracking: si → al passo  $i$ -esimo tolo  $i$ -esimo numero.

### 3) 8 regine

1 regina per riga

1 regina x colonna

1 regina x diagonale

Scacchiera di

$8 \times 8 = 64$  elementi

↓ ↓

matrice array

(come nell'esercizio n° 2 si sfrutta la corrispondenza tra matrice e array)

2 strutture dati

- array di int di 8 elementi  
ogni elemento è un numero da 0 a 7 che indica la posizione della regina nella colonna.

- array di int da 64  
0 → casella vuota  
1 → regina.

#### descrizione

- data una matrice  $8 \times 8$  ( $n \times n$ )

- numero delle soluzioni  $8^8$

→ utilizzando il vincolo di 1 regina per riga

→ non verrà esplorato l'intero spazio delle soluzioni perché si utilizza il trucco del filtro sulla chiamata ricorsiva 

NON DEVO ESPORARE 64! SOLUZIONI!!

- livelli della ricorsione: n

## alg ricorsivo:

- condizione di terminazione:

(A)

passo =  $n$ ; se arrivo fin qui  
questa è una soluzione!

- generazione di una nuova soluzione:

(B)

al passo  $i$ -esimo posiziono una  
regina sulla riga  $i$ -esima.

- filtro sulla chiamata ricorsiva

SI: vado avanti solo se le  $i$  regine  
posizionate fino al passo  $i$ -esimo  
rappresentano una soluzione  
parziale VALIDA!!

(C)

→ utilizzo una funzione  
check-regine (matrix)

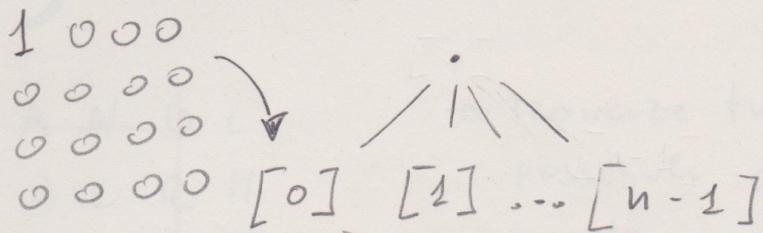
- backtracking: SI!

al passo  $i$ -esimo elimino la  
 $i$ -esima regina inserita.

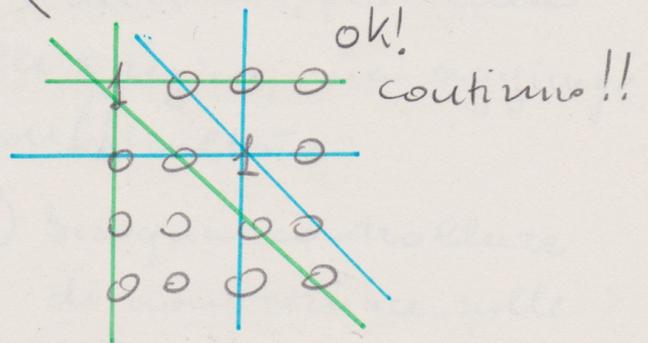
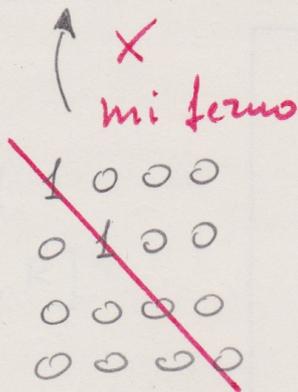
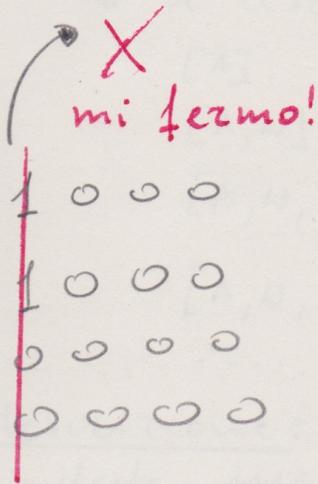
(D)

esempio  $(4 \times 4) \rightarrow 4$  regine

ESEMPIO  
ALBERO  
DELLA  
RICORSIONE



$[0,0]$      $[0,1]$      $[0,2]$      $[0, n-1]$



Ps: manca la diagonale secondaria.

# 4) zuzzole

A N D L  
B C R M  
E F E N  
N H I A

→ trovare tutte le parole  
possibili data la  
matrice di lettere  
es (4x4)

→ si risolve con un approccio incrementale

[A]

[A, N]

[A, N, D]

[A, N, D, R]

....

descrizione:

- data una matrice 4x4 (n x n)
- soluzioni possibili:

TANTE!

- livelli di ricorsione è teoricamente  $16 = (n^2)$

[ in realtà mi fermo quando la sequenza di lettere considerata non esiste in nessuna parola nel dizionario. ]

~> (E)

è simile al problema delle 8 regine, ma aggiunge 2 difficoltà:

- 1) bisogna controllare di non tornare sulle lettere già scelte
- 2) le soluzioni possono avere lunghezze differenti

## alg ricorsivo:

- condizione di terminazione
  - passo  $== (n^2)$
- A**
- generazione di una nuova soluzione al passo  $i$ -esimo aggiungo l' $i$ -esima lettera ad un array (lista) di char che:
  - si deve trovare tra i vicini rispetto alla posizione corrente
  - non deve essere tra quelle per cui sono già passati.
- filtro sulla funzione ricorsiva: si
- C** la sequenza generata deve esistere nel dizionario!!
- backtrack: elimino  $i$ -esima lettera aggiunta!!
- D**
- operazioni da svolgere sempre:
  - se passo  $> 1$  (più di due lettere)
- E** controllo se la sequenza esiste come PAROLA nel dizionario.

~~A~~NDL  
 BCRM  
 EFEN  
 UHIA

ESEMPIO ALG.  
 ALBERO  
 DELLA RICORSIONE  
 SO ROZZE!!

albero parziale!!

